

سؤالات صیانی جدید

① فرض کنید $H \leq G$ ، $[G:H] = m$ ، برای هر $(i, j) \in I$ ،
 سطر $x \in H$ نتیجه دهد $x \in H$ ثابت کنید $H \trianglelefteq G$

② اگر H تنها زیرگروه G ، از مرتبه n باشد نشان دهید
 $H \trianglelefteq G$

③ فرض کنید H و K نوزاد گروه‌های G باشند، $\frac{G}{K}$ ، $\frac{G}{H}$
 درجه باشد، نشان دهید $\frac{G}{K \cap H} \cong \frac{G/K}{H/K}$ نیز نوزاد گروه‌ها است

④ با تقریب بگیریم یعنی چندگانه آبی از مرتبه n داریم

⑤ فرض کنید P, Q دو عدد اول ، $a \in G$ بطوریکه $P \mid \text{ord}(a)$ ،
 نشان دهید اگر $PQ \mid \text{ord}(a)$ ،
 $a \in Z(G)$ یا $(xax^{-1} = a \Rightarrow x = a^i)$

⑥ فرض کنید $a \in G$ ، نشان دهید a - زیرگروه سلیوی G است
 زیرگروه نوزاد آن است

⑦ فرض کنید $a \in G$ ، نشان دهید a - زیرگروه سلیوی G است
 نوزاد آن است یا G بیست و چهار عنصر است از مرتبه 5 دارد

۱) فرض کنید $3 \leq |G|$ نشان دهید G از هر گروه نرمال از مرتبه ۵ یا ۳ دارد. از اینجاست نتیجه بگیرید G یک زیرگروه نرمال از مرتبه ۱۵ دارد.

۹) اگر G متناهی و $|Z(G)| = q^m$ (۹ عدد اول)

نشان دهید $|Z(G)| \neq 1$ (از رابطه نزدیکی پرلر G استفاده کنید)

۱۰) اگر $H \leq G$ نشان دهید

$$[G : N(H)] = \left| \{ g \in G \mid g^{-1}Hg = H \} \right|$$

۱۱) یک حلقه متناهی نیزه که عضویتی محل ضرب نداشته باشد را با سفر را با ذکر دلیل بیان کنید

۱۲) نشان دهید $ch(\mathbb{Z}_n) = n$

۱۳) فرض کنید R یک حلقه و $a \in R$ ، $a^n = 1$ نشان دهید $1+a$ در R معکوس یکنواست.

۱۴) فرض کنید R یک حلقه یکدار و $a \in R$ بطوریکه $ab = 1$ نامتناهی است. (از اینجاست نشان دهید تابع $f: X \rightarrow X$ $f(x) = xa - 1 + b$ یک همپیک است و یونی است) $X = \{ b \in R \mid ab = 1 \}$

۱۵ فرض کنید R یک دامنه پائین نشان دهد
 حلقه $R[x]$ هم یک دامنه است

۱۶ فرض کنید R یک حلقه جابجایی باشد نشان دهد
 معبره $\{x \in R \mid 3^n x = 0\}$ یک ایده آل در R است

۱۷ فرض کنید R یک حلقه بتدریج باشد. اگر R مستقر
 باشد نشان دهد $\text{center}(R) = \text{ch}(R)$

۱۸ فرض کنید R یک حلقه بتدریج باشد که در آن $(\text{مرکز})^n = 0$
 تعیین دهد $(x \in R, e^2 \in \text{مرکز})$ و $e^2 \in \text{مرکز}$ صحیح است

$\forall r \in R, e^2 r = r e^2$
 اثبات کنید: $(e^2 r - r e^2) = 0$ و به کمک

۱۹ فرض کنید $R = \mathbb{Z}_{25}$ معبره R را دقیقاً مشخص کنید
 $\{x \in R \mid x^2 = x\}$

۲۰ یک ایده آل ماکسیمال در حلقه \mathbb{Z}_9 را نام ببر